*Тема 3.* Повторювані незалежні   
Випробування за схемою   
Бернуллі

Якщо кожний експеримент має лише два несумісні наслідки (події) зі сталими ймовірностями *p* і *q*, то їх називають експериментами за схемою Бернуллі. У кожному експерименті випадкова подія з імо­вірністю *p* відбувається, а з імовірністю *q* — не відбувається, тобто *p + q* = 1.

Простір елементарних подій для одного експерименту містить дві елементарні події, а для *n* експериментів за схемою Бернуллі —2*n*елементарних подій.

1. **Формула Бернуллі**

**Теорема Бернуллі.** Імовірність того, що в результаті *n* незалежних експериментів за схемою Бернуллі подія *А* з’явиться *m* раз, подається у вигляді

. (1)

Одержана формула називається формулою Бернуллі, а схема, за допомогою якої вона одержана, називається схемою Бернуллі.

***Наслідок.*** Імовірність того, що в результаті *n* незалежних експериментів подія *А* з’явиться від *m1* до *m2*раз, обчислюється так:

. (2)

Оскільки

, (3)

дістанемо

; (4)

. (5)

**Приклад 1.** Імовірність того, що мікросхема не перегорить при перепаді напруги в електромережі, є величиною сталою і дорівнює 0,9.

Обчислити ймовірність того, що з п’яти мікросхем, увімкнених у електромережу, не перегорять: 1) дві; 2) не більш як дві; 3) не менш як дві.

***Розв’язання***. За умовою задачі маємо: *р* = 0,9; *q* = 0,1; *n* = 5; *m* = 2. Згідно з (1), (4), (5) дістанемо:

1) ;

2)  

= *q*5 + 5*pq*4 + 10*p*2 *q*3 = (0,1)5 + 5· 0,9· (0,1)4 + 10· (0,9)2· (0,1)3=   
= 0,00001 + 5 · 0,9 ⋅ 0,0001 + 10 ⋅ 0,81 ⋅ 0,001 =   
= 0,00001 + 0,00045 + 0,0081 = 0,00856;

3) 

.

**Приклад 2.** Робітник обслуговує шість верстатів-автоматів. Імовірність того, що протягом години верстат-автомат потребує уваги робітника, є величиною сталою і дорівнює 0,6. Яка ймовірність того, що за годину уваги робітника потребують: 1) три верстати; 2) від двох до п’яти верстатів;   
3) хоча б (принаймні) один.

***Розв’язання*.** За умовою задачі маємо: *p* = 0,6; *q* = 0,4; *n* = 6; *m* = 3; ; .

Згідно з (1), (2), (5), дістаємо:

1. ;
2. 

=15·(0,6)2·(0,4)4 + 20·(0,6)3·(0,4)3 + 15·(0,6)4·(0,4)2+ 6·(0,6)5·0,4=   
= 15 ⋅ 0,36 ⋅ 0,0256 + 20 ⋅ 0,216 ⋅ 0,064 + 15 ⋅ 0,1296 ⋅ 0,16 + 6 ⋅ 0,07776 ⋅0,4= 0,13824 + 0,27648 + 0,31104 + 0,186624 = 0,902384;

3)  = .

2. Найімовірніше число появи   
випадкової події (мода)

***Визначення.*** Найімовірнішим числом появи випадкової події *А* в результаті *n* незалежних експериментів за схемою Бернуллі називається таке чис­ло *m*0, для якого ймовірність *Рn* (*m*0) перевищує або в усякому разі є не меншою за ймовірність кожного з решти можливих наслідків експериментів.

**Приклад.** Імовірність появи випадкової події *А* в кожному з *n* = 8 незалежних експериментів є величиною сталою і дорівнює *р* = 0,5 (*q =* 1 *– р =* 0,5). Обчислити ймовірності подій для *m* = 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. Значення обчислених імовірностей наведено в таблицi:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *m* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Із таблиці бачимо, що при *m* = 4 імовірність набуває найбільшого значення, а саме . Отже, найімовірніше число появи події є *m*0 = 4.

Зауважимо, що для визначення найімовірнішого числа появи події немає потреби обчислювати ймовірності для різних можливих значень .

Справді, запишемо відношення для обчислення ймовірностей при значеннях *m = m*0; *m = m*0 –1; *m = m*0 *+* 1

Дістанемо співвідношення для визначення *m*0:

. (6)

Число *m*0 називають також *модою*.

**Приклад 1.** Перевіряється на надійність 15 деталей, причому ймовірність, що деталь пройде перевірку дорівнює 0,9. Знайти найімовірніше число деталей, які пройдуть перевірку.

***Розв'язання.***

n = 15; p = 0,9; q = 0,1

;



*m0* = 14(ціле число із інтервалу { 13,4; 14,4})

**Приклад 2.** У разі додержання певної технології 90% усієї продукції, виготовленої заводом, є найвищого сорту. Знайти найімовірніше число виробів найвищого сорту в партії з 200 штук.

***Розв’язання*.** За умовою задачі *n* = 200; *р* = 0,9; *q* = 1 – *р*= 0,1.

Використовуючи подвійну нерівність (6), дістаємо:





.

Отже, найімовірніше число виробів першого сорту серед 200 дорівнює 180.

При розв’язанні практичних задач, коли n і m приймають велике значення, то обчислення ймовірностей  за точною формулою Бернуллі є технічно складна задача. Щоб уникнути їх, застосовують асимптотичні формули, що випливають з локальної та інтегральної теорем Муавра—Лапласа.

**3. Локальна теорема** **(Муавра—Лапласа).**

**Теорема.** Якщо ймовірність появи випадкової події в кожному з *n* незалеж­них експериментів є величиною сталою і дорівнює , то для великих значень *n* і *m* імовірність того, що випадкова подія *А* настане *m* раз, подається такою асимптотичною формулою:

, (7)

де ℮ називається *функцією Гаусса*. Функція Гаусса визначена, і її значення наведено в дод. 1, де

. (8)

***Властивості функції Гаусса***:

1)  визначена на всій осі абсцис; ;

2)  є функцією парною: ;

3) ;

4) ; ;

; ; отже,  — максимум функції Гаусса;

5)  .

Таким чином, *х*1 = –1, *х*2 = 1 будуть точками перегину. При цьому

; ; .

Графік функції Гаусса зображено на рис. 1.



Рис. 1

Зауважимо, що розв’язуючи задачі, додержують такого правила:

;  
.

Отже, практично використовуються значення функції Гаусса для .

**Приклад 1.** Імовірність того, що посіяне зерно ячменю проросте в лабораторних умовах, у середньому дорівнює 0,9. Було посіяно 700 зернин ячменю в лабораторних умовах. Визначити найімовірніше число зернин, що проростуть із цієї кількості зернин, та обчислити ймовірність цього числа.

***Розв’язання*.** За умовою задачі:



Отже, шукане число *m*0 = 630.

Відповідна ймовірність буде така:

;

;

;

.

**4. Інтегральна теорема (Муавра—Лапласа).**

**Теорема.** Якщо ймовірність появи випадкової події в кожному з *n* незалеж­них експериментів є величиною сталою і дорівнює , то для великих значень *n* імовірність появи випадкової події від *m1* до *m2* раз обчислюється за такою асимптотичною формулою:

, (11)

де ,

а  є функцією Лапласа, значення якої наведено в дод. 2.

### Властивості функції Лапласа

1. Ф(*x*) визначена на всій осі *х*.

2. Ф(*–x*) *= –* Ф(*x*)*,* отже, Ф(*x*) є непарною функцією.

3. Ф(0) = 0.

4. 

5. , як непарна функція.

6. , отже, Ф(*х*) є функцією неспадною.

7. Ф*"*(0) *=* 0; 

Таким чином, *x* = 0 є точкою перегину.

Графік функції Ф(*х*) зображено на рис. 2



Рис. 2

Розв’язуючи задачі, додержують такого правила:

, .

Отже, практично функція Лапласа застосовується для значень .

**Приклад 1.** Верстат-автомат виготовляє однотипні деталі. Імовірність того, що виготовлена одна деталь виявиться стандартною, є величиною сталою і дорівнює 0,95. За зміну верстатом було виготовлено 800 деталей. Яка ймовірність того, що стандартних деталей серед них буде: 1) від 720 до 780 шт.; 2) від 740 до 790 шт.?

***Розв’язання*.** За умовою задачі:

; ; ; ;;

.

1);



2) ;

**Приклад 2.** В механізм вживлено незалежно одну від одної 500 мікросхем, які підтримують його роботу. Імовірність того, що мікросхема не перегорить, є величиною сталою і дорівнює 0,8. Яка ймовірність того, що з 500 мікросхем не перегорять:

1) не більш як 380 од.;

2) не менш як 390 од.

***Розв’язання*.** За умовою задачі:

; ; ; ; ;





2) ;

;

**5. Використання інтегральної теореми**

За допомогою (11) можна оцінити близькість відносної частоти *W*(*А*) до ймовірності *p* випадкової події *А*. Нехай *p* — імовірність появи випадкової події *А* в кожному експерименті за схемою Бернул­лі й *W*(*А*) — відносна частота появи цієї події при *n* експериментах.

Необхідно оцінити ймовірність події ⎮*W*(*A*) – *р*⎮< ε (ε > 0 і є малою величиною). Якщо *n* набуває великих значень, то можна за формулою (11) дістати:

## Р(|W(A) – p| < ε) .(12)

**Приклад 1.** Імовірність виходу з ладу виробу під час проведення експерименту, який має на меті виявити надійність виробу в роботі, дорівнює 0,2. Було перевірено 400 виробів. Чому дорівнює ймовірність такої події: абсолютна величина відхилення відносної частоти виходу із ладу виробів від імовірності *p* = 0,2 становить ε = 0,01?

***Розв’язання*.** За умовою задачі: *n* = 400; *p* = 0,2; *q* = 0,8; ε = 0,01. Підставивши ці значення в (12), дістанемо:



**Приклад 2.** У разі автоматичного виготовлення деталі брак становить у середньому 10%. Скільки деталей має взяти контролер, аби ймовірність того, що абсолютна величина відхилення відносної частоти появи стандартної деталі *W*(*A*) (*А* — випадкова подія, що полягає в появі стандартної деталі) від імовірності *p* виготовлення такої втулки не перевищує ε = 0,001, дорівнювала 0,999:

.

***Розв’язання*.** За умовою задачі: *q* = 0,1, ε = 0,001, *p =* 1 *– q* =

1 – 0,1 = 0,9;

.

Далі маємо:





Оскільки *2*Ф(*x*) = 0,999, то Ф(*x*) = 0,4995 → *x* ≈ 3,4 (див. дод. 2).

Отже, .

Тобто контролер має перевірити 1 040 400 деталей.

**Приклад 3.** Імовірність появи випадкової події в кожному з 900 незалежних експериментів є величиною сталою і дорівнює 0,75. Яким має бути значення ε > 0, щоб *P*(|*W*(*A*) – *p*| < ε) = 0,99?

***Розв’язання*.** За умовою задачі: *n* = 900; *p* = 0,75; *q* = 0,25; *2*Ф(*x*) = 0,99.

Далі маємо Ф(*x*) = 0,495;  *x* = 2,74 і

*x =* ε*.*

Отже, умову задачі задовольняє значення ε ≈ 0,04.

6. Формула Пуассона для малоймовірних   
випадкових подій

**Теорема (Пуассона).** Якщо ймовірність появи події А в кожному випробуванні постійна і дуже мала, а число n велике, причому *n·р = λ* залишається невеликим (не більше 10), то ймовірність того, що подія А відбудеться *m* раз при *n* випробуваннях дорівнює

 (яка називається *формулою Пуассона*).(13)

Функція  таблична для значень *λ* і *m* визначає ймовірності рідкісних явищ.

**Висновок**. Із (13) випливає:

; (14)

Функція *Рn*(*m*) визначається за таблицею, наведеною в дод. 3, за заданим *m* і обчисленим значенням *λ= np*.

**Приклад 1.** Радіоприлад містить 1000 мікроелементів, які працюють незалежно один від одного, причому кожний може вийти з ладу під час роботи приладу з імовірністю *р*=   
= 0,002. Обчислити ймовірності таких випадкових подій:   
1) під час роботи приладу з ладу вийдуть 3 мікроелементи; 2) від трьох до шести.

***Розв’язання*.** За умовою задачі маємо *n* = 1000; *p* = 0,002;

*m* = 3; 3. Оскільки *n* велике, а *р* мале число, то для обчислення ймовірностей застосуємо формули (13) і (14). Для цього обчислимо значення параметра *λ= np* = 1000 · 0,002 = 2.

1).

2) 

=

**Приклад 2.** Імовірність того, що під час епідемії грипу мешканець міста захворіє на цю хворобу, становить у середньому 0,03%. Яка ймовірність того, що серед навмання вибраних 300 мешканців міста хворих на грип виявиться:

1) 5 осіб; 2) не більш як 3 особи.

***Розв’язання*.** За умовою: *p* = 0,003; *n* = 300; *m* = 5; 

Обчислюємо значення параметра *λ = np* = 300 ⋅ 0,003 = 0,9.

1) *P*800 (5)  0,002001.

2) 



ДОДАТКИ *Додаток 1*

**Таблиця значень функції Гаусса **

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0.0 | 0.3989 | 3989 | 3989 | 3988 | 3986 | 3984 | 3982 | 3980 | 3977 | 3973 |
| 0.1 | 3970 | 3965 | 3961 | 3956 | 3951 | 3945 | 3939 | 3932 | 3925 | 3918 |
| 0.2 | 3910 | 3902 | 3894 | 3885 | 3876 | 3867 | 3857 | 3847 | 3836 | 3825 |
| 0.3 | 3814 | 3802 | 3790 | 3778 | 3765 | 3752 | 3739 | 3726 | 3712 | 3697 |
| 0.4 | 3683 | 3668 | 3653 | 3637 | 3621 | 3605 | 3589 | 3572 | 3555 | 3538 |
| 0.5 | 3521 | 3503 | 3485 | 3467 | 3478 | 3429 | 3410 | 3391 | 3372 | 3352 |
| 0.6 | 3332 | 3312 | 3292 | 3271 | 3251 | 3230 | 3209 | 3187 | 3166 | 3144 |
| 0.7 | 3123 | 3101 | 3079 | 3056 | 3034 | 3011 | 2989 | 2966 | 2943 | 2920 |
| 0.8 | 2897 | 2874 | 2850 | 2827 | 2803 | 2780 | 2756 | 2732 | 2709 | 2685 |
| 0.9 | 2661 | 2637 | 2813 | 2589 | 2565 | 2541 | 2516 | 2492 | 2468 | 2444 |
| 1.0 | 0.2420 | 2396 | 2371 | 2347 | 2323 | 2293 | 2275 | 2251 | 2227 | 2203 |
| 1.1 | 2179 | 2155 | 2131 | 2107 | 2083 | 2059 | 2036 | 2012 | 1989 | 1965 |
| 1.2 | 1942 | 1919 | 1895 | 1872 | 1849 | 1826 | 1804 | 1781 | 1758 | 1736 |
| 1.3 | 1714 | 1691 | 1669 | 1647 | 1646 | 1604 | 1582 | 1561 | 1539 | 1518 |
| 1.4 | 1497 | 1476 | 1456 | 1435 | 1415 | 1394 | 1374 | 1354 | 1334 | 1315 |
| 1.5 | 1295 | 1276 | 1257 | 1238 | 1219 | 1200 | 1182 | 1163 | 1145 | 1107 |
| 1.6 | 1109 | 1092 | 1074 | 1057 | 1040 | 1023 | 1006 | 0989 | 0973 | 0957 |
| 1.7 | 0940 | 0925 | 0909 | 0893 | 0978 | 0863 | 0848 | 0833 | 0818 | 0804 |
| 1.8 | 0790 | 0775 | 0761 | 0748 | 0734 | 0721 | 0707 | 0694 | 0681 | 0669 |
| 1.9 | 0656 | 0644 | 0632 | 0620 | 0608 | 0596 | 0584 | 0573 | 0562 | 0551 |
| 2.0 | 0.0540 | 0525 | 0519 | 0508 | 0498 | 0488 | 0478 | 0468 | 0459 | 0449 |
| 2.1 | 0440 | 0431 | 0422 | 0413 | 0404 | 0396 | 0387 | 0379 | 0371 | 0363 |
| 2.2 | 0355 | 0347 | 0339 | 0332 | 0325 | 0317 | 0310 | 0303 | 0279 | 0290 |
| 2.3 | 0283 | 0277 | 0270 | 0264 | 0258 | 0252 | 0246 | 0241 | 0235 | 0229 |
| 2.4 | 0224 | 0219 | 0213 | 0208 | 0203 | 0198 | 0194 | 0189 | 0184 | 0180 |
| 2.5 | 0175 | 0171 | 0164 | 0163 | 0158 | 0154 | 0151 | 0147 | 0143 | 0139 |
| 2.6 | 0136 | 0132 | 0129 | 0126 | 0122 | 0118 | 0116 | 0113 | 0110 | 0107 |
| 2.7 | 0104 | 0101 | 0099 | 0096 | 0093 | 0091 | 0088 | 0086 | 0084 | 0081 |
| 2.8 | 0079 | 0077 | 0075 | 0073 | 0071 | 0069 | 0067 | 0065 | 0063 | 0061 |
| 2.9 | 0060 | 0058 | 0056 | 0055 | 0053 | 0051 | 0050 | 0048 | 0047 | 0046 |
| 3.0 | 0040 | 0043 | 0042 | 0040 | 0039 | 0038 | 0037 | 0036 | 0035 | 0034 |
| 3.1 | 0033 | 0032 | 0031 | 0030 | 0029 | 0028 | 0027 | 0026 | 0025 | 0025 |
| 3.2 | 0024 | 0023 | 0022 | 0022 | 0021 | 0020 | 0020 | 0019 | 0018 | 0018 |
| 3.3 | 0017 | 0017 | 0016 | 0016 | 0015 | 0014 | 0014 | 0013 | 0013 | 0013 |
| 3.4 | 0012 | 0012 | 0012 | 0011 | 0011 | 0010 | 0010 | 0010 | 0009 | 0009 |
| 3.5 | 0009 | 0008 | 0008 | 0008 | 0008 | 0007 | 0007 | 0007 | 0007 | 0006 |
| 3.6 | 0006 | 0006 | 0006 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0005 | 0004 |
| 3.7 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0004 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 |
| 3.8 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0003 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 |
| 3.9 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 0002 | 000 |

###### Додаток 2

**Таблиця значень функції Лапласа **

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| х | Ф (*x*) | х | Ф (*x*) | х | Ф (*х*) | х | Ф (*x*) | х | Ф (*x*) |
| 00 | 0.0000 | 0.50 | 0.1915 | 1.00 | 0.3413 | 1.50 | 0.4332 | 2.02 | 0.4783 |
| 01 | 0.0040 | 0.51 | 0.1950 | 1.01 | 0.3448 | 1.51 | 0.4345 | 2.04 | 0.4793 |
| 02 | 0.0080 | 0.52 | 0.1985 | 1.02 | 0.3461 | 1.52 | 0.4357 | 2.06 | 0.4803 |
| 03 | 0.0120 | 0.53 | 0.2019 | 1.03 | 0.3485 | 1.53 | 0.4370 | 2.08 | 0.4812 |
| 04 | 0.0160 | 0.54 | 0.2054 | 1.04 | 0.3508 | 1.54 | 0.4382 | 2.10 | 0.4821 |
| 05 | 0.0199 | 0.55 | 0.2088 | 1.05 | 0.3531 | L55 | 0.4394 | 2.12 | 0.4830 |
| 06 | 0.0239 | 0.56 | 0.2123 | 1.06 | 0.3554 | 1.56 | 0.4406 | 2.14 | 0.4838 |
| 07 | 0.0279 | 0.57 | 0.2157 | 1.07 | 0.3577 | 1.57 | 0.4418 | 2.16 | 0.4846 |
| 08 | 0.0319 | 0.58 | 0.2190 | 1.08 | 0.3599 | 1.58 | 0.4429 | 2.18 | 0.4854 |
| 09 | 00359 | 0.59 | 0.2224 | 1.09 | 0.3621 | 1.59 | 0.4441 | 2.20 | 0.4861 |
| 10 | 0.0398 | 0.60 | 0.2257 | 1.10 | 0.3643 | 1.60 | 0.4452 | 2.22 | 0.4868 |
| 11 | 0.0438 | 0.61 | 0.2291 | 1.11 | 0.3665 | 1.61 | 0.4463 | 2.24 | 0.4875 |
| 12 | 0.0478 | 0.62 | 0.2324 | 1.12 | 0.3686 | 1.62 | 0.4474 | 2.26 | 0.4881 |
| 13 | 0.0517 | 0.63 | 0.2357 | 1.13 | 03708 | 1.63 | 0.4484 | 2.28 | 0.4887 |
| 14 | 0.0557 | 0.64 | 0.2389 | 1.14 | 0.3729 | 1.64 | 0.4495 | 2.30 | 0.4893 |
| 15 | 0.0596 | 0.65 | 0.2422 | 1.15 | 0.3749 | 1.65 | 0.4505 | 2.32 | 0.4898 |
| 16 | 0.0636 | 0.66 | 0.2454 | 1.16 | 0.3770 | 1.66 | 0.4515 | 2.34 | 0.4904 |
| 17 | 0.0675 | 0.67 | 0.2486 | 1.17 | 0.3790 | 1.67 | 0.4525 | 2.36 | 0.4909 |
| 18 | 0.0714 | 0.68 | 0.2517 | 1.18 | 0.3810 | 1.68 | 0.4535 | 2.38 | 0.4913 |
| 19 | 0.0753 | 0.69 | 0.2549 | 1.19 | 0.3830 | 1.69 | 0.4545 | 2.40 | 0.4918 |
| 20 | 0.0793 | 0.70 | 0.2580 | 1.20 | 0.3849 | 1.70 | 0.4554 | 2.42 | 0.4922 |
| 21 | 0.0832 | 0.71 | 0.2611 | 1.21 | 0.3869 | 1.71 | 0.4564 | 2.44 | 0.4927 |
| 22 | 0.0871 | 0.72 | 0.2642 | 1.22 | 0.3883 | 1.72 | 0.4573 | 2.46 | 0.4931 |
| 23 | 0.0910 | 0.73 | 0.2673 | 1.23 | 0.3807 | 1.73 | 0.4582 | 2.48 | 0.4934 |
| 24 | 0.0948 | 0.74 | 0.2703 | 1.24 | 0.3925 | 1.74 | 0.4591 | 2.50 | 0.4938 |
| 25 | 0.0987 | 0.75 | 0.2734 | 1.25 | 0.3944 | 1.75 | 0.4599 | 2.52 | 0.4941 |
| 26 | 0.1026 | 0.76 | 0.2764 | 1.26 | 0.3962 | 1.76 | 0.4608 | 2.54 | 0.4945 |
| Закінчення дод. 2 | | | | | | | | | |
| х | Ф (*x*) | х | Ф (*x*) | х | Ф (*х*) | х | Ф (*x*) | х | Ф (*x*) |
| 27 | 0.1064 | 0.77 | 0.2794 | 1.27 | 0.3980 | 1.77 | 0.4616 | 2.56 | 0.4948 |
| 28 | 0.1103 | 0.78 | 0.2823 | 1.28 | 0.3997 | 1.78 | 0.4625 | 2.58 | 0.4951 |
| 29 | 0(1141 | 0.79 | 0.2852 | 1.29 | 0.4015 | 1.79 | 0.4633 | 2.60 | 0.4953 |
| 30 | 0.1179 | 0.80 | 0.2881 | 1.30 | 0.4032 | 1.80 | 0.4641 | 2-62 | 0.4956 |
| 31 | 0.1217 | 0.81 | 0.2910 | 1.31 | 0.4049 | 1.81 | 0.4649 | 2.64 | 0.4959 |
| 32 | 0.1255 | 0.82 | 0.2939 | 1.32 | 0.4066 | 1.82 | 0.4656 | 2.66 | 0.4961 |
| 33 | 0.1293 | 0.83 | 0.2967 | 1.33 | 0.4082 | 1.83 | 0.4664 | 2.68 | 0.4963 |
| 34 | 0.1331 | 0.84 | 0.2995 | 1.34 | 0.4099 | 1.84 | 0.4671 | 2.70 | 0.4965 |
| 35 | 0.1368 | 0.85 | 0.3023 | 1.35 | 0.4115 | 1.85 | 0.4678 | 2.72 | 0.4967 |
| 36 | 0.1406 | 0.86 | 0.3051 | 1.36 | 0.4131 | 1.86 | 0.4686 | 2.74 | 0.4969 |
| 37 | 0.1443 | 0.87 | 0.3076 | 1.37 | 0.4147 | 1.87 | 0.4693 | 2.76 | 0.4971 |
| 38 | 0.1480 | 0.88 | 0.3106 | 1.38 | 0.4162 | 1.88 | 0.4699 | 2.78 | 0.4973 |
| 39 | 0.1517 | 0.89 | 0.3133 | 1.39 | 0.4177 | 1.89 | 0.4706 | 2.80 | 0.4974 |
| 40 | 0.1554 | 0.90 | 0.3159 | 1.40 | 0.4192 | 1.90 | 0.4713 | 2.82 | 0.4976 |
| 41 | 0.1591 | 0.91 | 0.3186 | 1.41 | 0.4207 | 1.91 | 0.4719 | 2.84 | 0.4977 |
| 42 | 0.1628 | 0.92 | 0.3212 | 1.42 | 0.4222 | 1.92 | 0.4726 | 2.86 | 0.4979 |
| 43 | 0.1664 | 0.93 | 0.3238 | 1.43 | 0.4236 | 1.93 | 0.4732 | 2.88 | 0.4980 |
| 44 | 0.1700 | 0.94 | 0.3264 | 1.44 | 0.4251 | 1.94 | 0.4738 | 2.90 | 0.4981 |
| 45 | 0.1736 | 0.95 | 0.3289 | 1.45 | 0.4265 | 1.95 | 0.4744 | 2.92 | 0.4982 |
| 46  47 | 0.1772 0.1808 | 0.96 0.97 | 0.3315 0.3340 | 1.46 1.47 | 0.4279 0.4292 | 1.96 1.97 | 0.4750 0.4756 | 2.94 2.96 | 0,4985  0.4985 |
| 0.48 | 0.1884 | 0.98 | 0.3365 | 1.48 | 0.4306 | 1.98 | 0.4761 | 2.98 | 0.4986 |
| 0.49 | 0.1879 | 0.99 | 0.3389 | 1.49 | 0.4319 | 1.99 | 0.4767 | 3.00 | 0.49865 |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 3.20 | 0.49931 |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 3.40 | 0.49966 |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 3.60 | 0.499841 |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 3.62 | 0.499928 |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 4.00 | 0.499468 |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 4.50 | 0.499997 |
|  |  |  |  |  |  |  |  | 5.00 | 0.499997 |

*Додаток 3*

**Таблиця значень функції**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *λ* | | | | | | | | |
| m | 0.1 | 0.2 | 0.3 | 0.4 | 0.5 | 0.6 | 0.7 | 0.8 | 0.9 |
| 0 | 0.904837 | 0.818731 | 0.740818 | 0.670320 | 0.065310 | 0.548812 | 0.496585 | 0.449329 | 0.406570 |
| 1 | 090484 | 163746 | 222245 | 268128 | 303265 | 329287 | 347610 | 359463 | 365913 |
| 2 | 004524 | 016375 | 033337 | 353626 | 065816 | 098786 | 121663 | 143785 | 164661 |
| 3 | 000151 | 001092 | 003334 | 007150 | 012636 | 019757 | 028388 | 038343 | 049398 |
| 4 | 000004 | 000055 | 000250 | 000715 | 001580 | 002764 | 004968 | 007669 | 011115 |
| 5 |  | 000002 | 000015 | 000057 | 000158 | 000356 | 000696 | 001227 | 002001 |
| 6 |  |  | 000001 | 000004 | 000013 | 000036 | 000081 | 000164 | 000300 |
| 7 |  |  |  |  | 000001 | 000003 | 000008 | 000019 | 000039 |
| 8 |  |  |  |  |  |  | 000001 | 000002 | 000004 |

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | *λ* | | | | | | | | | |
| m | 1 | 2 | | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 0.367879 | 0.135335 | | 0.49787 | 0.018316 | 0.006738 | 0.002479 | 0.000912 | 0.000335 | 0.000123 |
| 1 | 367879 | 270671 | | 149361 | 073263 | 033690 | 014873 | 006383 | 002684 | 001111 |
| 2 | 183940 | 270671 | | 224042 | 146525 | 084224 | 044618 | 022341 | 010735 | 004998 |
| 3 | 061313 | 180447 | | 224042 | 195367 | 140374 | 089235 | 052129 | 028626 | 014994 |
| 4 | 015328 | 090224 | | 168031 | 195367 | 175467 | 133853 | 091226 | 057252 | 033737 |
| 5 | 003066 | | 036089 | 100819 | 156293 | 175467 | 160623 | 127717 | 091604 | 060727 |
| 6 | 000511 | | 012030 | 050409 | 104196 | 146223 | 160623 | 149003 | 122138 | 091090 |
| 7 | 000073 | | 003437 | 021604 | 059540 | 104445 | 137677 | 149003 | 139587 | 117126 |
| 8 | 000009 | | 000859 | 008102 | 029770 | 065278 | 103258 | 130377 | 138587 | 131756 |
| 9 | 000001 | | 000191 | 002701 | 013231 | 036266 | 068838 | 101405 | 124077 | 131756 |
| 10 |  | | 000038 | 000810 | 005292 | 018138 | 041303 | 070983 | 099262 | 118580 |
| 11 |  | | 000007 | 000221 | 001295 | 008242 | 022529 | 045171 | 072190 | 097020 |
| 12 |  | | 000001 | 000055 | 000642 | 003434 | 011264 | 026350 | 048127 | 072765 |
| 13 |  | |  | 000013 | 000197 | 001321 | 005199 | 014188 | 029616 | 050376 |
| 14 |  | |  | 000003 | 000056 | 000472 | 002228 | 007094 | 016924 | Q32384 |
| 15 |  | |  | 000001 | 000015 | 000157 | 000891 | 003311 | 009026 | 019431 |
| 16 |  | |  |  | 000004 | 000049 | 000334 | 001448 | 004513 | 010930 |
| 17 |  | |  |  | 000001 | 000014 | 000118 | 000596 | 002124 | 005786 |
| 18 |  | |  |  |  | 000004 | 000039 | 000232 | 000944 | 002893 |
| 19 |  | |  |  |  | 000001 | 000012 | 000085 | 000397 | 001370 |
| 20 |  | |  |  |  |  | 000004 | 000030 | 000159 | 000617 |
| 21 |  | |  |  |  |  | 000001 | 000010 | 000061 | 000264 |
| 22 |  | |  |  |  |  |  | 000003 | 000022 | 000108 |
| 23 |  | |  |  |  |  |  | 000001 | 000008 | 000042 |
| 24 |  | |  |  |  |  |  |  | 000003 | 000016 |
| 25 |  | |  |  |  |  |  |  | 000001 | 000006 |
| 26 |  | |  |  |  |  |  |  |  | 000002 |
| 27 |  | |  |  |  |  |  |  |  | 000001 |